super BAC

CORRIGÉ
STI2D - MÉTROPOLE 2022
PHYSIQUE-CHIMIE ET MATHÉMATIQUES

Exercice I - Modèle de la vitesse de refroidissement d'un lait écrémé

Q1. Bientôt disponible

Q2. Bientôt disponible

Q3. Bientôt disponible

Q4. $T(0) = 37 \times e^{\frac{-20\times0}{459}} + 26,4 = 37e^{0} + 26,4 = 37 + 26,4 = 63,4.$

Q5.

$\lim\limits_{t\to+\infty} e^{\frac{-20t}{459}} = 0$ car $\frac{-20t}{459}$ tend vers $-\infty$ et donc $\lim\limits_{t\to+\infty} 37\times e^{\frac{-20t}{459}} = 0$ par produit et finalement, $\lim\limits_{t\to+\infty} 37\times e^{\frac{-20t}{459}} + 26,4 = 26,4$ par somme. La température du lait tend donc à diminuer pour se stabiliser vers 26,4°C.

Selon ce modèle, la température de l'air de la pièce est donc de 26,4°C.

Q6.

On cherche la solution de l'équation $T(t) = 40$ c'est-à-dire

$37\times e^{\frac{-20t}{459}} + 26,4 = 40 \Leftrightarrow 37\times e^{\frac{-20t}{459}} = 13,6 \Leftrightarrow e^{\frac{-20t}{459}} = \frac{13,6}{37} \Leftrightarrow \frac{-20t}{459} = ln\left(\frac{13,6}{37}\right)$

$\Leftrightarrow -20t = ln\left(\frac{13,6}{37}\right) \times 459 \Leftrightarrow t = \frac{ln\left(\frac{13,6}{37}\right)\times459}{-20} \simeq 22,97$. C'est donc au bout de 22 minutes et 58 secondes que la température du lait vaut 40°C.

Exercice II - Le son de la guitare électrique

1. Les cordes de guitare

Q1.1. Il faut équilibrer le transfert de charge :

$(Fe + 2HO \to Fe(OH)^2 + 2e^-) \times 2$
$O^2 + 2H_2O + 4e^- \to 4HO^-$
....
$2Fe + 4HO^- + O^2 + 2H_2O \to 2Fe(OH)^2 + 4HO^-$

Q1.2. Une oxydation est par définition un processus électrochimique au court duquel il y a une perte d'électrons. C'est précisément ce que traduit la réaction électrochimique :
$Fe + 2HO^- \to Fe(OH)^2 + 2e^-$

Q1.3. L'enduit doit adhérer parfaitement à la corde de guitare et être parfaitement hermétique pour que le dioxygène de l'air et l'eau ne puissent entrer en contact avec la partie métallique de la corde. Il doit être mécaniquement assez élastique et résistant.

Q1.4. La fréquence de la fondamentale correspond à l'harmonique de rang 1 soit donc la fréquence la plus basse. Ici il s'agit de la fréquence f1 qui vaut environ 195,200 Hz.

Q1.5. Ce qu'on appelle note en musique correspond à la fréquence de la fondamentale puisque c'est elle qui fixe la hauteur d'un son. Il s'agit ici d'un Sol2 d'après le document.

Q1.6. Compte tendu de la fréquence de la fondamentale de la corde oxydée qui vaut approximativement aussi 195-200 Hz on peut dire que la corde neuve et la corde oxydée produisent toutes les deux la même hauteur de son.

Q1.7. Ce qui distingue la note de la corde neuve de la corde oxydée c'est la richesse harmonique. En effet les deux spectres ont bien la même fondamentale mais n'ont pas des harmoniques identiques en amplitudes et en fréquence. Ainsi les deux notes ont bien la même hauteur mais n'ont pas le même timbre.

2. Le câble reliant la guitare à l'amplificateur

Q2.1. Il faut démontrer que si R>0alors Us<Ue
On a U_e/U_s = 10R/20 donc $\log(U_e/U_s)$ = R/20 donc R = $20\log(U_e/U_s)$.
Si R > 0 alors 20 × $\log(U_e/U_s)$ > 0 alors 20 × ln (U_e/U_s) > 0 ln (Ue/Us) > 0 donc U_e/U_s > 1 donc U_e > U_s il y a donc bien atténuation du signal au cours de la propagation.

Q2.2. On a U_e/U_s=10R/20 donc U_s=U_e × 10 - R/20
U_s = 20 mV × 10 - 0.09/20 soit U_s = 19,8 mV
Il y a effectivement une atténuation mais celle-ci n'est que de 1% ce qui est négligeable.

Q2.3. L'affaiblissement R ne semble pas dépendre de la fréquence ainsi toutes les fréquences sont atténuées de la même manière, le timbre ne peut donc pas être altéré.

Q2.4. Pour des valeurs d'affaiblissement positifs soit donc pour f > 7,5 × 103 Hz, la courbe nous montre que l'utilisation d'un câble de 10 m provoque une atténuation plus importante des hautes fréquences que pour le câble très courts ainsi le son obtenu contient des harmoniques aigues atténuées et le son parait plus terne (plus « sourd »). Les problèmes évoqués par les musiciens semblent être compatibles avec les résultats expérimentaux.

Exercice III

Q1.1.

$\ln(2025) = \ln(5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) = \ln(5^2 \times 3^4) = \ln(5^2) \times \ln(3^4) = 2\ln(5) + 4\ln(3)$

Q1.2.

$A = 2\ \ln(e^4) - 3\ \ln(1/e) = 2 \times 4\ \ln(e) - 3\ \ln(e^{-1}) = 8 \times 1 - 3 \times (-1) = 8 + 3 = 11$

Q2.1.

$z = \frac{-1+i}{3i} = \frac{(-1+i)(-3i)}{(3i)(-3i)} = \frac{3i+3}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}i.$

Q2.2.

On a $|z| = \sqrt{(1/3)^2 + (1/3)^2} = \sqrt{2/9} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ de sorte que $z =$
$\frac{\sqrt{2}}{3}(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i) = \frac{\sqrt{2}}{3}e^{i(\pi/4)}$

Q3.1.

$2y' + y = 0$ se réécrit $y' = \frac{-1}{2}y$.

Les solutions de l'équation différentielles sont les fonctions de la forme
$f(x) = Ce^{-x/2}$ avec C un nombre réel.

Q3.2.

Si la courbe de f passe par A alors $f(\ln(9)) = 1$. Donc $C\ e^{-ln(9)/2} = 1$

Et donc $C = \frac{1}{e^{-\ln(9)/2}} = e^{\ln(\sqrt{9})} = e^{\ln(3)} = 3.$

Et donc $f(x) = 3\ e^{-x/2}$.

Q4.1. $g(0) = 0^2 - 4 \times 0 - 1 = -1$.
On a donc aussi $f(0) = -1$, soit $a + be^0 = -1$ et donc $a + b = -1$.

Q4.2. On a $g'(x) = 2x - 4$ et donc $g'(0) = -4$.
Comme la tangente en A est la même pour les deux courbes, on a aussi $f'(0) = -4$. Or $f'(x) = be^x$ donc $f'(0) = be^0 = b$ et donc $b = -4$.
Comme $a + b = -1$, on a $a = 3$.

Q5.1.

$$g'(x) = \frac{1}{2}2x - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x}$$

Q5.2.

On étudie le signe de g'. Comme on est sur]0 ; +∞[, on a x>0 et x+1>0 donc le signe de g' ne dépend que du signe de x-1 c'es-à-dire

$g'(x) > 0 \Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Donc g' est négative sur]0 ;1] et positive sur [1 ; +∞[, g admet donc un minimum atteint en 1, valant $g(1) = \frac{1}{2} - ln\,(1) = \frac{1}{2}$

Q6.1.

On a $u(t) = \cos(50t) + \sqrt{3}\sin(50t) = 2\left(\frac{1}{2}\cos(50t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(50t)\right)$

$= 2\left(\frac{1}{2}\cos(50t) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\sin(50t)\right) = 2\left(\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right)\cos(50t) - \sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\sin(50t)\right)$

D'après les formules d'addition, on a donc

$u(t) = 2\cos\left(50t - \frac{\pi}{3}\right) = U_{max}\cos(\omega t - \varphi)$ avec $U_{max} = 2, \omega = 50$ et $\varphi = \frac{\pi}{3}$.

Q6.2.

On a alors $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50}{2\pi} \simeq 8$ Hz

Exercice IV - A : Produit détachant et lessive

1. Composition de la lessive

Q1. Il faut déterminer le nombre de mole d'ion carbonate contenu dans 50g de lessive dans un premier temps.
On sait qu'il y a 30% en masse de carbonate de calcium
Donc $m(CaCO_3) = 30\% \times 50g$ et $n(CaCO_3)=m(CaCO_3)/M(CaCO_3)$
Or lorsqu'une mol de $CaCO_3$ est dissoute il se forme 1 mole de carbonate CO_3^{2-}
Ainsi $n(CO_3^{2-})= m(CaCO_3)/M(CaCO_3)$
D'où finalement
$[CO_3^{2-}] = (m(CaCO_3))/(M(CaCO_3)*V)$
AN : $[CO_3^{2-})] = (0.3*50)/((40+12+3*16)*20)=7,5*10^{-3}mol/L$

Q1.2. Soit les deux demi équations acide base :
$H_2O = HO^- + H^+$
$CO_3^{2-} + H^+ = HCO_3^-$
Le transfert d'ions H^+ étant équilibré on déduit immédiatement l'équation de la réaction :
$CO_3^{2-} + H_2O \rightarrow HO^- + HCO_3^-$
On déduit que le pH augmente puisque la concentration en ions HO^- augmente, l'eau de lavage est donc basique

2. Agents de blanchiment

Q2.1. Soit les deux couples mis en jeu :
H_2O_2/H_2O et $NaBO_3/NaBO_2$
H_2O_2/H_2O : $2\ H_2O = H_2O_2 + 2H^+ + 2\ e^-$
$NaBO_3/NaBO_2$: $NaBO_3 + 2H^+ + 2\ e^- = NaBO_2 + H_2O$

Le transfert d'électrons est équilibré ainsi l'équation est immédiatement :
$NaBO_3 + H_2O \rightarrow H_2O_2 + NaBO_2$

Q2.2. Dans la demi équation (1) H_2O_2 récupère des électrons c'est donc un oxydant par définition

Q2.3. Un couple oxydoréducteur se note Ox/Red ainsi le couple mis en jeu ici est O_2/ H_2O_2

Q2.4. Les deux demi équations (1) et (2) traduisent un transfert de charge équilibré ainsi on a immédiatement :
$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$
La réaction de décomposition de l'eau oxygénée produit de l'eau et du dioxygène.

3. Azurants optiques

Q3.1. Les longueurs d'ondes qui délimitent le domaine du visible sont 400nm - 750nm

Q3.2. On a pas simple lecture graphique $\lambda max(azurant)=450nm$

Q3.3. Il s'agit du pictogramme GHS09

Exercice IV - B : Dormir en refuge, un mode d'hébergement écologique ?

1. Étude des panneaux photovoltaïques

Q1.1.1. On a par définition $\Delta E = h*f$
on a d'autre part $\lambda = c/f$
donc $\lambda = h*c/ \Delta E$ = 6,63*10-34*3,0*108/(1,1*1,6*10-19)=1130 nm
On est donc au delà du spectre visible.

Q1.2.1. On a par définition pmax = UN.IN = 30.7V*8.15A = 250W

Q1.2.2. On a par définition du rendement
$r = P_{utile}/P_{absorbée} = P_{absorbée}/P_{surfacique}$ = 250/(1000*1,677*0.990) = 15%

Q1.2.3. l'analyse de l'énoncé nous apprend que :
L'installation sud-est est active pendant la durée $\Delta t1$=4h+3h=7h
L'installation ouest est active pendant la durée $\Delta t2$=3h+3h=6h
Il y a 8 panneaux côté sud est et 4 panneau côté à l'ouest
On a donc $\Delta E1=p1* \Delta t1+p2* \Delta t2$=8*250W*7h+4*250W*6h=20kW.h

Q1.2.4. Pour une installation de plus de 30 lits il faut minimum 15 kW.h sans compter le chauffage. Or 20kW.h sont susceptibles d'être produit pendant une journée bien ensoleillée. Le poêle à bois est donc nécessaire.

2. Étude du poêle à bois

Q2.1. On a PC=4,0kWh.kg^{-1} ce qui signifie que la combustion complète de 1 kg de bois (cellulose) produit une énergie

E=4,0kWh=4,0*10-3MW.h

La masse de bois nécessaire à la production de 1MWh est donc $m=E/PC=1MW.h/4,0*10-3MW.h.kg^{-1}$

m= 250kg ce qui correspond à une quantité de matière de n=m/M=250*103g/(6*12+10+5*16)=1,5*103mol

Q2.2. Ecrivons l'équation de la combustion complète du bois (cellulose)

$C_6H_{10}O_5 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 5H_2O$

La stoechiométrie de la réaction permet d'écrire que :

$n_{produite}(CO_2)/6=n_{consommée}(C_6H_{10}O_5)$

Ainsi $n_{produite}(CO_2) = 6 * n_{consommée}(C_6H_{10}O_5)$

et $m_{produite}(CO_2) = 6 * n_{consommée}(C_6H_{10}O_5)*M(CO_2)$

AN : $m_{produite}(CO_2) = 6*1,5*103*44 = 396$ kg

La valeur trouver est bien supérieure à celle de l'ADEM car on a fait l'hypothèse d'une combustion complète or elle ne l'est pas et de plus on suppose que le bois est constitué exclusivement de cellulose ce qui est faux.

L'intérêt est de ne pas libérer de dioxyde de carbone dans l'atmosphère tout du moins pas plus que la quantité nécessaire à la formation du bois.

3. Aspect « thermique » des panneaux

Q3.1. Bientôt disponible

Q3.2. On sait qu'en dessous de 0°C l'eau se solidifie or en haute montagne les températures sont souvent en dessous de 0°C ainsi l'utilisation de l'eau pure en haute montagne en tant que fluide caloporteur n'est pas possible. Le propylène glycol a lui une température de fusion de -56°C ainsi il n'y a aucune chance pour qu'il passe à l'état solide c'est donc un bon candidat comme fluide caloporteur.