CORRIGÉ

STI2D - MÉTROPOLE 2022

PHYSIQUE-CHIMIE ET MATHÉMATIQUES

SUJET CORRIGÉ DU 11 MAI

Exercice 1 - Modèle de la vitesse de refroidissement d'un lait écrémé

Q1. Modèle de la vitesse de refroidissement d'un lait écrémé (4 points)
Les trois modes de transfert thermique sont la convection, la conduction et le rayonnement.

Q2. Le sens du transfert thermique se fait toujours de la source chaude à la source froide donc ici de l'air à l'aire de la pièce.

Q3. Calcul du transfert thermique entre 1 et 2 minutes :
$Q = c_{lait}\, m(T_2 - T_1) = 4{,}0.10^3 \times 150.10^{-3}\,(60{,}2 - 61{,}7) = -90$ J
Entre 6 et 7 minutes, la différence de température est plus petite qu'entre 1 et 2 minutes. Par conséquent, la valeur du transfert thermique sera inférieure à Q.

Q4. $T(0) = 37 \times e^{\frac{-20\times0}{459}} + 26,4 = 37e^{0} + 26,4 = 37 + 26,4 = 63,4.$

Q5.

$\lim\limits_{t\to+\infty} e^{\frac{-20t}{459}} = 0$ car $\frac{-20t}{459}$ tend vers $-\infty$ et donc $\lim\limits_{t\to+\infty} 37\times e^{\frac{-20t}{459}} = 0$ par produit et finalement, $\lim\limits_{t\to+\infty} 37\times e^{\frac{-20t}{459}} + 26,4 = 26,4$ par somme.

La température du lait tend donc à diminuer pour se stabiliser vers 26,4°C.
Selon ce modèle, la température de l'air de la pièce est donc de 26,4°C.

Q6. On cherche la solution de l'équation T(t)=40
C'est-à-dire :

$$37 \times e^{\frac{-20t}{459}} + 26,4 = 40 \Leftrightarrow 37\times e^{\frac{-20t}{459}} = 13,6 \Leftrightarrow e^{\frac{-20t}{459}} = \frac{13,6}{37} \Leftrightarrow \frac{-20t}{459} = ln\left(\frac{13,6}{37}\right)$$

$$\Leftrightarrow -20t = ln\left(\frac{13,6}{37}\right) \times 459 \Leftrightarrow t = \frac{ln\left(\frac{13,6}{37}\right)\times 459}{-20} \simeq 22,97.$$

C'est donc au bout de 22 minutes et 58 secondes que la température du lait vaut 40 °C.

Exercice 2 - Le son de la guitare électrique

Q1.1. Il faut équilibrer le transfert de charge :
$(Fe + 2HO \rightarrow Fe(OH)^2 + 2e^-) \times 2$
$O^2 + 2H_2O + 4e^- \rightarrow 4HO^-$
....
$2Fe + 4HO^- + O^2 + 2H_2O \rightarrow 2Fe(OH)^2 + 4HO$

Q1.2. Une oxydation est par définition un processus électrochimique au court duquel il y a une perte d'électrons. C'est précisément ce que traduit la réaction électrochimique :
$Fe + 2HO^- \rightarrow Fe(OH)^2 + 2e^-$

Q1.3. L'enduit doit adhérer parfaitement à la corde de guitare et être parfaitement hermétique pour que le dioxygène de l'air et l'eau ne puissent entrer en contact avec la partie métallique de la corde. Il doit être mécaniquement assez élastique et résistant.

Q1.4. La fréquence de la fondamentale correspond à l'harmonique de rang 1 soit donc la fréquence la plus basse. Ici il s'agit de la fréquence f1 qui vaut environ 195,200 Hz.

Q1.5. Ce qu'on appelle note en musique correspond à la fréquence de la fondamentale puisque c'est elle qui fixe la hauteur d'un son. Il s'agit ici d'un Sol2 d'après le document.

Q1.6. Compte tendu de la fréquence de la fondamentale de la corde oxydée qui vaut approximativement aussi 195-200 Hz on peut dire que la corde neuve et la corde oxydée produisent toutes les deux la même hauteur de son.

Q1.7. Ce qui distingue la note de la corde neuve de la corde oxydée c'est la richesse harmonique. En effet les deux spectres ont bien la même fondamentale mais n'ont pas des harmoniques identiques en amplitudes et en fréquence. Ainsi les deux notes ont bien la même hauteur mais n'ont pas le même timbre.

2. Le câble reliant la guitare à l'amplificateur

Q2.1. Il faut démontrer que si $R > 0$ alors $U_s < U_e$
On a $U_e/U_s = 10R/20$ donc $\log(U_e/U_s) = R/20$ donc $R = 20\log(U_e/U_s)$
Si $R > 0$ alors $20 \times \log(U_e/U_s) > 0$ et $20 \times \ln(U_e/U_s) > 0$ et $\ln (U_e/U_s) > 0$
Soit $U_e/U_s > 1$ donc $U_e > U_s$
Par conséquent, il y a bien atténuation du signal au cours de la propagation.

Q2.2. On a $U_e/U_s = 10R/20$ donc $U_s = U_e \times 10 - R/20$ et $U_s = 20$ mV $\times 10 - 0.09/20$ soit $U_s = 19{,}8$ mV
Il y a effectivement une atténuation mais celle-ci n'est que de 1%, ce qui est négligeable.

Q2.3. L'affaiblissement R ne semble pas dépendre de la fréquence car toutes les fréquences sont atténuées de la même manière. Le timbre ne peut donc pas être altéré.

Q2.4 Pour des valeurs d'affaiblissement positifs soit pour $f > 7{,}5 \times 103$ Hz, la courbe nous montre que l'utilisation d'un câble de 10 mètres provoque une atténuation plus importante des hautes fréquences qu'avec le câble très court.
Ainsi, le son obtenu contient des harmoniques aiguës atténuées et le son paraît plus terne (plus « sourd »). Les problèmes évoqués par les musiciens semblent être compatibles avec les résultats expérimentaux.

Exercice 3

Q1.1. ln(2025) = ln(5 x 5 x 3 x 3 x 3 x 3) = ln(5^2 x 3^4) = ln(5^2) x (3^4)
= 2ln(5) + 4ln(3)

Q1.2. A = 2ln(e^4) - 3ln(1/e) = 2 x 4ln(e) - 3ln(e^{-1}) = 8 x 1 - 3 x (-1) = 8 + 3
= 11

Q2.1. $z = \frac{-1+i}{3i} = \frac{(-1+i)(-3i)}{(3i)(-3i)} = \frac{3i+3}{9} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}i$

Q2.2. On a $|z| = \sqrt{(1/3)^2 + (1/3)^2} = \sqrt{2/9} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ de sorte que
$z = \frac{\sqrt{2}}{3}(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i) = \frac{\sqrt{2}}{3}e^{i(\pi/4)}$

Q3.1. 2y' + y = 0 se réécrit y' = $\frac{-1}{2}$ y

Les solutions de l'équation différentielle sont les fonctions de la forme $f(x) = Ce^{-x/2}$ avec C comme nombre réel.

Q3.2. Si la courbe de f passe par A alors f(ln(9)) = 1
Soit : $C\,e^{-ln(9)/2} = 1$
Et donc $C = \frac{1}{e^{-\ln(9)/2}} = e^{\ln(\sqrt{9})} = e^{\ln(3)} = 3$
Et donc $f(x) = 3\,e^{-x/2}$

Q4.1. g(0) = 0^2 - 4 x 0 - 1 = - 1. On a donc aussi f(0) = - 1, soit
a + be^0 = - 1 et donc a + b = - 1

Q4.2. On a g'(x) = 2x - 4 et donc g'(0) = - 4
Comme la tangente en A est la même pour les deux courbes, on a aussi f'(0) = - 4
Or f'(x)=be^x donc f'(0) = be^0 = b et donc b = - 4
Comme a + b = - 1, on a a = 3.

Q5.1. $g'(x) = \frac{1}{2}2x - \frac{1}{x} = x - \frac{1}{x} = \frac{x^2-1}{x} = \frac{(x-1)(x+1)}{x}$

Q5.2. On étudie le signe de g'. Comme on est sur]0 ; +∞[, on a x > 0 et x + 1 > 0 donc le signe de g' ne dépend que du signe de x - 1.
C'est-à-dire : g'(x) > 0 ⇔ x - 1 > 0 ⇔ x > 1
Donc g' est négative sur]0 ;1] et positive sur [1 ; +∞[
g admet donc un minimum atteint en 1, valant $g(1) = \frac{1}{2} - ln\,(1) = \frac{1}{2}$

Q6.1. On a $u(t) = \cos(50t) + \sqrt{3}\sin(50t) = 2\left(\frac{1}{2}\cos(50t) + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(50t)\right)$

$= 2\left(\frac{1}{2}\cos(50t) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\sin(50t)\right) = 2\left(\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right)\cos(50t) - \sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\sin(50t)\right)$

D'après les formules d'addition, on a donc :

$u(t) = 2\cos\left(50t - \frac{\pi}{3}\right) = U_{max}\cos(\omega t - \varphi)$ avec $U_{max} = 2, \omega = 50$ et $\varphi = \frac{\pi}{3}$

Q6.2. On a alors $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{50}{2\pi} \simeq 8$ Hz

Exercice 4 - A : Produit détachant et lessive

1. Composition de la lessive

Q1.1. Dans un premier temps, il faut déterminer le nombre de moles d'ions carbonates contenues dans 50 g de lessive.
On sait qu'il y a 30 % en masse de carbonate de calcium.
Donc $m(CaCO_3) = 30\ \% \times 50\ g$ et $n(CaCO_3) = m(CaCO_3)/M(CaCO_3)$
Or, lorsqu'une mole de $CaCO_3$ est dissoute, il se forme une mole de carbonate CO_3^{2-}
Ainsi : $n(CO_3^{2-}) = m(CaCO_3)/M(CaCO_3)$
D'où finalement : $[CO_3^{2-}] = (m(CaCO_3))/(M(CaCO_3) \times V)$
AN : $[CO_3^{2-}] = (0{,}3 \times 50)/((40 + 12 + 3 \times 16) \times 20) = 7{,}5 \times 10^{-3}$ mol/L

Q1.2. Soit les deux demi-équations acides bases :
$H_2O = HO^- + H^+$
$CO_3^{2-} + H^+ = HCO_3^-$
Le transfert d'ions H^+ étant équilibré, on déduit immédiatement l'équation de la réaction :
$CO_3^{2-} + H_2O \rightarrow HO^- + HCO_3^-$
On déduit que le pH augmente puisque la concentration en ions HO^- augmente elle aussi. L'eau de lavage est donc basique.

2. Agents de blanchiment

Q2.1. Soit les deux couples mis en jeu :
H_2O_2/H_2O et $NaBO_3/NaBO_2$
H_2O_2/H_2O : $2\ H_2O = H_2O_2 + 2H^+ + 2e^-$

$NaBO_3/NaBO_2$: $NaBO_3 + 2H^+ + 2e^- = NaBO_2 + H_2O$

Le transfert d'électrons est équilibré, ainsi l'équation est :
$NaBO_3 + H_2O \rightarrow H_2O_2 + NaBO_2$

Q2.2. Dans la demi-équation (1), H_2O_2 récupère des électrons. C'est donc par définition un oxydant.

Q2.3. Un couple oxydoréducteur se note Ox/Red. Aussi, le couple mis en jeu ici est O_2/H_2O_2.

Q2.4. Les deux demi-équations (1) et (2) traduisent un transfert de charge équilibré, ainsi on a immédiatement :

$2H_2O_2 \rightarrow 2H_2O + O_2$

La réaction de décomposition de l'eau oxygénée produit de l'eau et du dioxygène.

3. Azurants optiques

Q3.1. Les longueurs d'ondes qui délimitent le domaine du visible sont 400 nm - 750 nm.

Q3.2. On a par simple lecture graphique $\lambda max(azurant)$ = 450nm.

Q3.3. Il s'agit du pictogramme GHS09.

Exercice 4 - B : Dormir en refuge, un mode d'hébergement écologique ?

1. Étude des panneaux photovoltaïques

Q1.1. On a par définition $\Delta E = h \times f$
On a d'autre part $\lambda = c/f$ donc $\lambda = h \times c/\Delta E$ = 6,63 x 10 - 34 x 3,0 x 108/(1,1 x 1,6 x 10 - 19) = 1130 nm
On est donc au-delà du spectre visible.

Q1.2.1. On a par définition pmax = UN .IN = 30.7V x 8.15A = 250 W

Q1.2.2. On a par définition du rendement $r = P_{utile}/P_{absorbée} = P_{absorbée}/P_{surfacique}$ = 250/(1000 x 1,677 x 0,990) = 15 %

Q1.2.3. L'analyse de l'énoncé nous apprend que :
L'installation sud-est est active pendant la durée $\Delta t1$ = 4 h + 3 h = 7 h
L'installation ouest est active pendant la durée $\Delta t2$ = 3 h + 3 h = 6 h
Il y a 8 panneaux côté sud-est et 4 panneaux côté ouest.
On a donc $\Delta E1 = p1 \times \Delta t1 + p2 \times \Delta t2$ = 8 x 250 W x 7 h + 4 x 250 W x 6 h = 20 kW.h

Q1.2.4. Pour une installation de plus de 30 lits, il faut minimum 15 kW.h sans compter le chauffage. Or 20kW.h sont susceptibles d'être produits pendant une journée bien ensoleillée. Le poêle à bois est donc nécessaire.

2. Étude du poêle à bois

Q2.1. On a PC = 4,0 $kWh.kg^{-1}$
Cela signifie que la combustion complète de 1 kg de bois (cellulose) produit une énergie de E = 4,0 kWh = 4,0 x 10 - 3 MW.h

La masse de bois nécessaire à la production de 1 MWh est donc de m = E/PC = 1MW.h/4,0 x 10 - 3 $MW.h.kg^{-1}$
m = 250 kg, ce qui correspond à une quantité de matière de n = m/M = 250 x 103 g/(6 x 12 + 10 + 5 x 16) = 1,5 x 103 mol

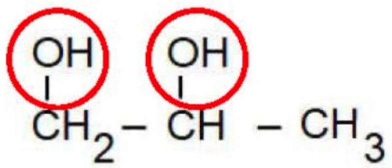
Q2.2 Écrivons l'équation de la combustion complète du bois (cellulose) :
$C_6H_{10}O_5 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 5H_2O$

La stoechiométrie de la réaction permet d'écrire que :
$n_{produite}(CO_2)/6 = n_{consommée}(C_6H_{10}O_5)$
Ainsi $n_{produite}(CO_2) = 6 \times n_{consommée}(C_6H_{10}O_5)$ et $m_{produite}(CO_2)$
$= 6 \times n_{consommée}(C_6H_{10}O_5) \times M(CO_2)$
AN : $m_{produite}(CO_2) = 6 \times 1,5 \times 103 \times 44 = 396$ kg

Q2.3 La valeur trouvée est bien supérieure à celle de l'ADEM car on a fait l'hypothèse d'une combustion complète. Or, elle ne l'est pas. De plus, on suppose que le bois est constitué exclusivement de cellulose, ce qui est faux.
L'intérêt est de ne pas libérer de dioxyde de carbone dans l'atmosphère, tout du moins pas plus que la quantité nécessaire à la formation du bois.

2. Étude du poêle à bois

Q3.1. Les deux groupes caractéristiques présents sur les molécules se nomment des hydroxyles.



Q3.2. On sait qu'en dessous de 0 °C, l'eau se solidifie. Or, en haute montagne, les températures sont souvent en dessous de 0°C. Ainsi, l'utilisation de l'eau pure en haute montagne en tant que fluide caloporteur n'est pas possible. Le propylène glycol a lui une température de fusion de - 56 °C. Il n'y a donc aucune chance pour qu'il passe à l'état solide. Par conséquent, c'est un bon candidat comme fluide caloporteur.