

CORRIGÉ
GÉNÉRALE - MÉTROPOLE 2022
SPÉ. PHYSIQUE-CHIMIE
SUJET CORRIGÉ DU 11 MAI

Exercice I - Le colorant E127

1. Dosage du colorant E127 dans un révélateur de plaque dentaire

Q1. D'après la formule topologique de la H_2Ery de l'érythrosine, les familles fonctionnelles associées aux groupes caractéristiques sont les suivantes :

Groupe A : fonction alcool

Groupe B : fonction cétone

Groupe C : fonction acide carboxylique

Q2. L'érythrosine comporte trois formes, selon le pH donné dans le sujet. Cela donne deux couples acido-basiques, dont les pK_a sont 2,4 et 3,8. La solution de plaque dentaire ayant un pH de 7, la forme qui prédomine est la base du second couple acido-basique, soit Ery^{2-} .

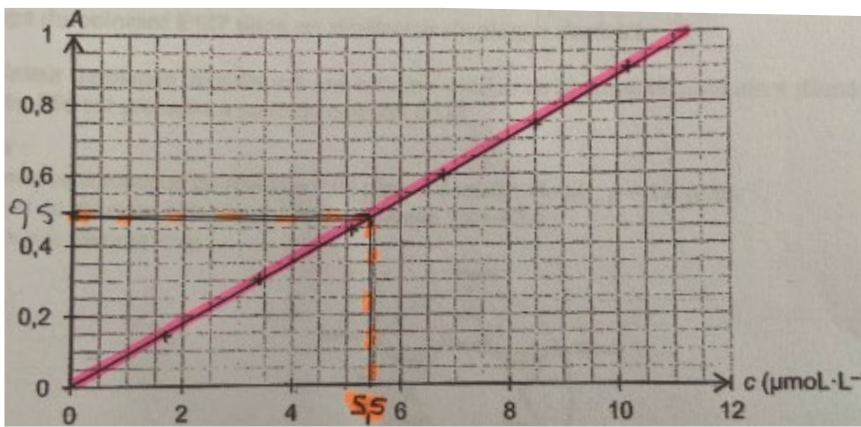
Q3. D'après le spectre d'absorption de la solution aqueuse du colorant E127 à $pH = 7$, le maximum d'absorbance est atteint pour une longueur d'onde de 525 nm.

En utilisant le cercle chromatique, on se rend compte que la longueur complémentaire à 525 nm émet dans le rouge, ce qui explique la couleur rouge du révélateur de plaque dentaire puisqu'il contient ce colorant.

Q4. On cherche à montrer que la concentration du colorant E127 dans le révélateur de plaque dentaire est de $2,2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$

Pour cela, nous devons utiliser les indications données sur le dosage spectrophotométrique par étalonnage.

L'absorbance mesurée pour la solution S préparée est de $A = 0,484$, ce qui correspond à une concentration de $5,5 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$ (voir image ci-dessous).



Or la solution S est obtenue par dilution de la solution commerciale. On va donc pouvoir calculer la concentration de cette solution commerciale en utilisant la relation :

$C_m \times V_m = C_f \times V_f$ avec m : pour solution mère (correspondant à la solution commerciale) et f : pour solution fille (correspondant à la solution S).

On sait que $C_f = 5,5 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$, $V_f = 2,0 \text{ L}$ et $V_m = 0,5 \text{ mL}$

En cherchant la concentration de la solution commerciale, nous recherchons C_m

$$\text{donc } C_m = \frac{C_f \times V_f}{V_m} = \frac{5,5 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1} \times 2,0 \text{ L}}{0,5 \times 10^{-3} \text{ L}} = 2,2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}.$$

Maintenant, nous allons pouvoir calculer le titre massique noté du w colorant, tel que

$$w = \frac{m \text{ colorant}}{m \text{ solution}}$$

On calcule la concentration massique avec la masse molaire du colorant, soit $C = C_m \times M = 2,2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \times 880 \text{ g.mol}^{-1} = 19,36 \text{ g.L}^{-1}$

La masse de la solution s'obtient à partir de la masse volumique, soit $\rho = 1,0 \times 10^3 \text{ g.L}^{-1}$

$$\text{donc } w = \frac{19,36 \text{ g.L}^{-1}}{1,0 \times 10^3 \text{ g.L}^{-1}} = 0,019$$

Le titre massique du colorant est bien de 2 % environ.

NB : l'élève pouvait partir de la valeur de la concentration pour déterminer le titre massique, même s'il ne la trouvait pas.

Les unités sont laissées volontairement car ce n'est pas faux d'un point de vue mathématique et peut être utile aux élèves afin de ne pas oublier les conversions.

2. Synthèse de l'érythrosine à partir de la fluorescéine

Q5. L'étape 1 est une étape de réaction d'oxydo-réduction. L'étape 2 est une étape de purification et l'étape 3 est une étape de caractérisation.

Q6. Dans le protocole, le chauffage et l'agitation aident à accélérer la vitesse de la réaction.

Q7. Pour déterminer le réactif limitant, il faut déterminer la quantité de matière initiale de chaque réactif, soit :

$$n(\text{H}_2\text{Ery}) = \frac{5 \text{ g}}{332 \text{ g.mol}^{-1}} = 0,015 \text{ mol}$$

$$n(\text{I}_2) = \frac{9,5 \text{ g}}{254 \text{ g.mol}^{-1}} = 0,037 \text{ mol}$$

Or, d'après l'équation-bilan dans les conditions stœchiométriques, on a $\frac{n(I_2)}{4} = n(H_2Ery)$, donc $\frac{n(I_2)}{4} = 0,0093$ mol. C'est donc I_2 le réactif limitant.

Q8.

Puisque c'est le diiode qui est le réactif en défaut et que le rendement est de 59 %, nous allons pouvoir calculer la quantité de H_2Ery formée, soit $n(H_2Ery) = 59 \% \times \frac{n(I_2)}{4} = 0,0093 \text{ mol} \times 59 \% = 0,0055$ mol soit $m(H_2Ery) = n(H_2Ery) \times M_n(H_2Ery) = 0,0055 \text{ mol} \times 836 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} = 4,6$ g.

Il se forme bien 4,6 g d'érythrosine.

Q9. Nous savons, d'après la Q4, que la concentration massique de la solution commerciale est de $19,36 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$

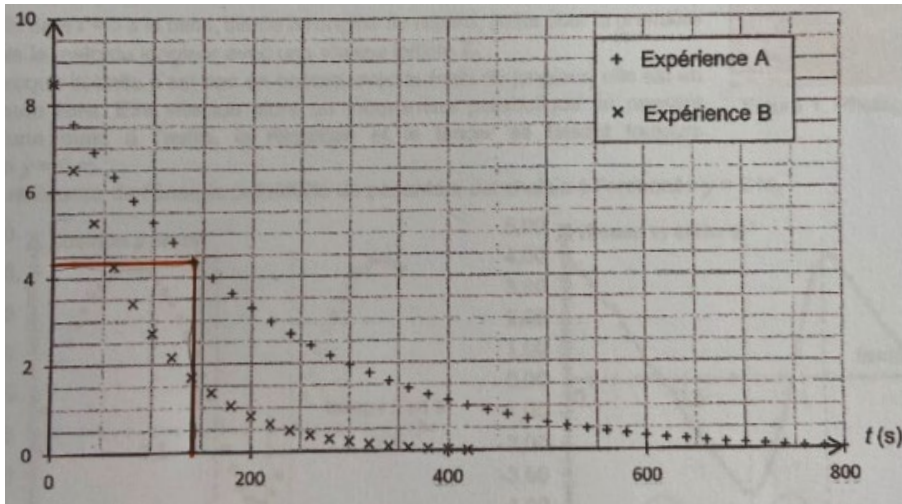
Donc, pour 10 mL de solution, il sera nécessaire d'avoir $10 \times 10^{-3} \text{ L} \times 19,36 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} = 0,1936$ g de colorant.

Avec 4,6 g de colorant, cela correspond à 23 flacons de 10 mL.

3. Suivi cinétique de la décoloration d'une solution de colorant E127 par l'eau de Javel

Q10. La vitesse très importante au départ diminue ensuite. Cela peut s'expliquer par la concentration en ions hypochlorites qui diminue au cours du temps, rendant la collision entre les molécules et donc la réaction moins probable.

Q11. Le temps de demi-réaction se détermine à l'aide du graphique de la figure 2, puisqu'il correspond au temps auquel la moitié du réactif a réagi, soit ici environ 140 s.



Q12. Pour optimiser la décoloration du filtre Büchner, on peut mettre l'eau de javel pure et faire tremper le filtre pour laisser le temps à la réaction de se faire.

Exercice A - La physique du jonglage

Q1. D'après les figures 2a et 2b, la balle a sur la phase 1 un mouvement curviligne décéléré puis curviligne accéléré.

Q2. La main amortit la balle, donc la balle voit sa position diminuer puis réaugmenter avant d'être renvoyée.

Q3.

Comme on est dans le cas d'une chute libre, seul le poids s'applique. On écrit donc la deuxième loi de Newton qui dit que $\Sigma F(\text{vecteur})_{\text{ext}} = m a (\text{vecteur})$. Dans notre cas considérer comme une chute libre, seul le poids s'applique soit $m g (\text{vecteur}) = m a (\text{vecteur})$.

On projette sur les axes :

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

Puis, on intègre soit :

$$v_x = \text{constante} = v_{0x}$$

$$v_y = -gt + v_{0y}$$

La composante v_x de la vitesse est constante et égale à la vitesse initiale v_{0x} .

Q4. L'énergie mécanique est égale à la somme de l'énergie potentielle et cinétique. Donc, on peut écrire $E_m = mgh + \frac{1}{2} m v^2 = mgh + \frac{1}{2} m (v_{0x}^2 + v_{0y}^2)$.

Q5. Pour déterminer l'expression de l'altitude maximale atteinte par la balle, il faut considérer deux points A et B. A est à l'altitude 0 au départ de la balle et B est le point de hauteur maximale.

On utilise le théorème de l'énergie cinétique entre ses deux points et avec le poids :

$$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\text{P vecteur})$$

v_B étant nul, on a :

$$-0,5 \times (v_{0y})^2 \times m = m \times g \times (z_A - z_B)$$

$$-0,5 \times (v_{0y})^2 = g \times (z_A - z_B)$$

$$-0,5 \times (v_{0y})^2 = -g \times H$$

$$(v_{0y})^2 = 2 \times g \times h$$

$$H = \frac{(v_{0y})^2}{2g}$$

Q6.

D'après la figure : $2b \ v_{0y} = 4 \text{ m.s}^{-1}$

Donc $H = \frac{4^2}{2 \times 10} = 0,8 \text{ m}$. On peut lire la même valeur sur la figure 2a.

Q7.

Le vecteur $v_y(t)$ s'écrit $v_y(t) = -gt + v_{0y}$ (voir Q3).

Q8.

En $t = 0,4 \text{ s}$, $v_y(t) = 0$ donc $g = -v_{0y} / -t = -4 \text{ m.s}^{-1} / -0,4 \text{ s} = 10 \text{ m.s}^{-2}$

Q9.

Si on continue à intégrer la vitesse, on va obtenir l'équation horaire $y(t)$ du mouvement, soit :

$$y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0y} t + y_0$$

Or, $y_0 = 0 \text{ m}$ donc $y(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0y} t$

Q10. Afin de déterminer la durée t_{air} durant laquelle la balle est en l'air lors de la phase 1, il faut utiliser l'équation horaire en $y(t)$ établie à la Q7 et prendre en compte le fait qu'à la fin de la phase 1 $y(t_{\text{air}}) = 0$

On obtient ainsi $-\frac{1}{2} g t^2 + v_{0y} t = 0$ ce qui correspond à résoudre un polynôme du 2nd degré.

On calcule le discriminant soit : $\Delta = v_{oy}^2$

Donc $\Delta > 0$

Cela signifie que ce polynôme admet deux solutions distinctes. La première est $t_1 = 0$ qui correspond à l'état initial. La seconde est $t_2 = \frac{-v_{oy} - v_{oy}}{-g} = \frac{2v_{oy}}{g}$ or $v_{oy} = \sqrt{2gH}$ (d'après Q5).

En introduisant v_{oy} dans l'expression de t_2 , on obtient $t_2 = \frac{2\sqrt{2gH}}{g} = \frac{\sqrt{4 \times 2gH}}{g} = \frac{\sqrt{8gH}}{g} = \sqrt{\frac{8H}{g}}$

Q11. Si on utilise $H = 0,8$ m obtenu par lecture graphique, on obtient

$$t_{air} = \sqrt{\frac{8 \times 0,8 \text{ m}}{10}} = 0,8 \text{ s}$$

Exercice B - Le refroidissement d'un fer à cheval

1. Chauffage du fer

Q1. Pour déterminer la masse du fer à cheval, il faut utiliser la masse volumique et le volume du fer à cheval, sachant que $m(\text{fer}) = \rho \times V = 7,87 \text{ g.cm}^{-3} \times 104 \text{ cm}^3 = 818 \text{ g}$

Q2. La variation d'énergie interne se calcule à l'aide de la relation :

$$\Delta U (J) = m(\text{fer}) (kg) \times c(\text{fer}) (J.kg^{-1}.K^{-1}) \times \Delta\theta (K)$$

$$= 0,818 \text{ kg} \times 440 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1} \times (900 - 15)^\circ C = 318 \text{ kJ}$$

NB : la température n'a pas été convertie en Kelvin alors que l'expression littérale l'exige, car on utilise une variation d'énergie dans le calcul et la conversion n'est pas nécessaire.

Q3. La variation d'énergie interne correspond ici à l'agitation thermique, due à l'élévation de la température.

1. Refroidissement du fer

2.1 Refroidissement à l'air libre

Q4.

Comme le système est considéré incompressible et échange de la chaleur avec un thermostat,

le premier principe de la thermodynamique s'écrit : $\Delta U = Q$

En dérivant par rapport au temps cette égalité, on peut établir que : $\phi = \frac{dU}{dt}$

Or : $\Delta U = m(\text{fer}) \times c(\text{fer}) \times \Delta\theta$

Donc : $\frac{dU}{dt} = m \times c \times \frac{d\theta}{dt}$

D'après l'énoncé, le flux thermique s'exprime par : $\phi = h_{\text{air}} \times S \times (\theta_{\text{ext}} - \theta)$

Donc on obtient : $h_{\text{air}} \times S \times (\theta_{\text{ext}} - \theta) = m \times c \times \frac{d\theta}{dt}$

Soit : $\frac{d\theta}{dt} + \frac{h_{\text{air}} \times S}{m_{\text{fer}} \times c_{\text{fer}}} \theta = \frac{h_{\text{air}} \times S}{m_{\text{fer}} \times c_{\text{fer}}} \theta_{\text{ext}}$

Ou encore $\frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau} = \frac{\theta_{\text{ext}}}{\tau}$

Q5.

Si $\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{\text{ext}}) e^{-t/\tau} + \theta_{\text{ext}}$ alors $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{1}{\tau} (\theta_0 - \theta_{\text{ext}}) e^{-t/\tau}$

Donc, on injecte ces deux formes dans l'équation différentielle établie à la question précédente et on peut écrire :

$$-\frac{1}{\tau} (\theta_0 - \theta_{\text{ext}}) e^{-t/\tau} + \frac{1}{\tau} (\theta_0 - \theta_{\text{ext}}) e^{-t/\tau} + \frac{\theta_{\text{ext}}}{\tau} = \frac{\theta_{\text{ext}}}{\tau}$$

La solution proposée est donc bien la solution de l'équation différentielle.

Q6.

Pour déterminer la température à laquelle sera le fer à cheval quand le maréchal le posera sur le sabot deux minutes après (selon les données de l'énoncé), on utilise la solution de l'équation différentielle $\theta(t) = (\theta_0 - \theta_{\text{ext}}) e^{-t/\tau} + \theta_{\text{ext}}$ en remplaçant chaque terme par sa valeur, soit :

$$\theta_0 = 900 \text{ °C}, \theta_{\text{ext}} = 15 \text{ °C}, t = 2 \text{ min} = 120 \text{ s} \text{ et } \tau = 880 \text{ s}$$

On obtient alors $\theta(2\text{min}) = 787 \text{ °C}$

Cette valeur est très élevée, mais il est précisé dans l'énoncé que le cheval ne sent rien car le sabot est constitué de corne.

2.2 Refroidissement dans l'eau avant la pose

Q7.

Pour adapter la solution obtenue, il suffit de considérer que $\theta_0 = 600 \text{ °C}$ et recalculer τ avec h_{eau}

Alors $\tau = \frac{m(\text{fer}) \times c(\text{fer})}{h_{\text{eau}} S} = \frac{0,818 \text{ kg} \times 440 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}}{360 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1} \times 293 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 34 \text{ s}$ et on résout l'équation formée par la solution, avec t comme inconnue. On trouve donc $t = 107 \text{ s}$.

Q8. S'il faut plonger le fer dans l'eau pendant 20 secondes pour le refroidir, c'est parce que, dans le calcul d'énergie interne utilisé, on ne considère que l'agitation thermique. Or, il y a aussi une part d'énergie utilisée par le changement d'état de l'eau puisque les températures montent à plus de 100 °C .

Exercice C - Défibrillateur cardiaque

Q1. Pour réaliser la charge du condensateur, l'interrupteur doit être dans la position 1 pour que le condensateur soit relié au générateur et puisse se charger.

Q2. Si on applique la loi des mailles à la partie gauche du circuit (interrupteur en position 1), on obtient : $E - u_r - u_c = 0$

Soit $E = u_r + u_c$ or $u_r = Ri$ (loi d'Ohm aux bornes d'une résistance),

$$i = \frac{dq}{dt} \text{ et } q = C \cdot u_c \text{ donc } E = RC \frac{du_c}{dt} + u_c$$

Q3.

$$\text{Soit : } u_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} \right)$$

$$\text{Alors : } \frac{du_c}{dt} = \frac{E}{\tau_{charge}} \times e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$$

En introduisant ces deux expressions dans l'équation différentielle de la Q2, on obtient :

$$E = RC \frac{E}{\tau_{charge}} \times e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} + E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} \right)$$

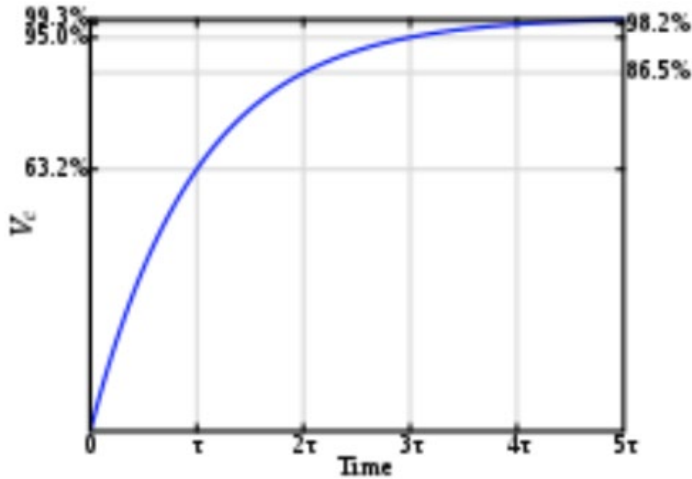
$$E - E = RC \frac{E}{\tau_{charge}} \times e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} - E e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} = 0$$

$$RC \frac{E}{\tau_{charge}} \times e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}} = E e^{-\frac{t}{\tau_{charge}}}$$

Cette expression est valable si et seulement si $\tau_{charge} = RC$

La solution proposée est alors bien la solution de l'équation différentielle de la Q2.

Q4. Un exemple de courbe représentant la charge d'un condensateur :



Q5.

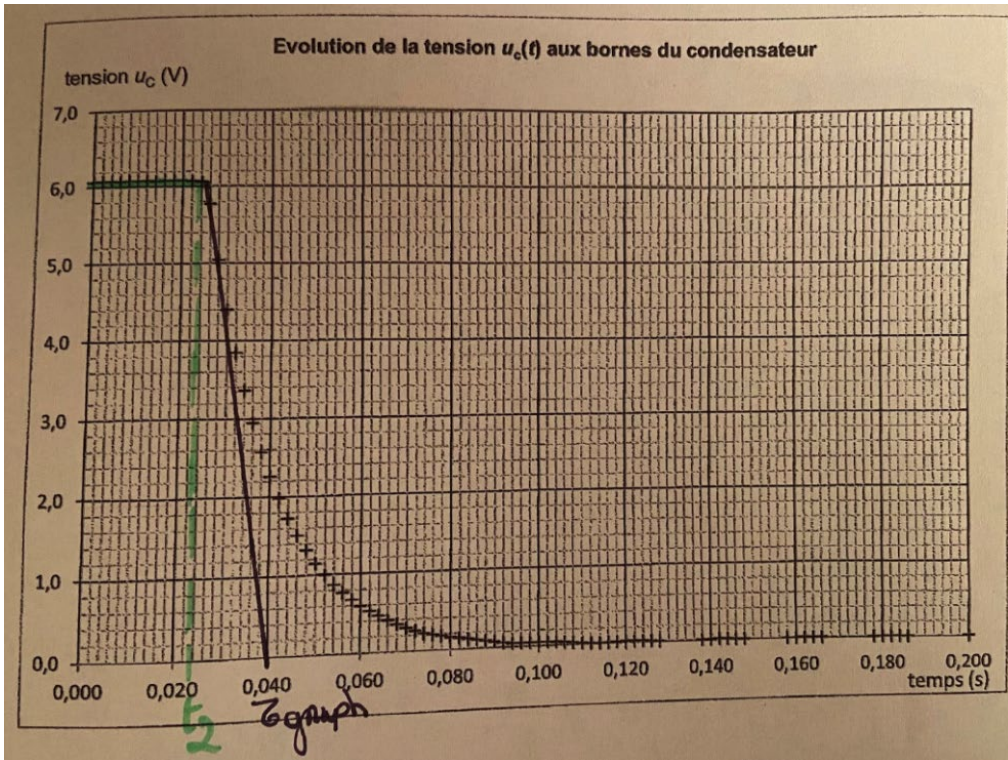
Pour la date $t_1 = 5\tau$ alors $u_c(5\tau) = E (1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau_{charge}}}) = E (1 - e^{-5}) = 0,99 E$

À la date $t_1 = 5\tau$, la tension aux bornes du condensateur a bien atteint 99 % de sa valeur finale.

Q6. D'après le graphique, on peut lire que l'instant pendant lequel l'interrupteur a été basculé de la position 1 à 2 est $t_2 = 0,024 \text{ s}$

Q7.

Pour déterminer τ_{graph} , on trace sur le graph la tangente à la courbe en t_2 . De cette façon, on obtient $\tau_{\text{graph}} = 0,040 \text{ s}$.



Q8.

Si on considère que $\tau = RC$, que la décharge sera totale à environ 5τ , que $R = 50$ à 150Ω et $F = 170 \mu F$ alors le temps nécessaire à une décharge complète est compris entre $5 \times 50 \times 170 \times 10^{-6} = 0,425 s$ et $5 \times 150 \times 170 \times 10^{-6} = 1,27 s$. Cette valeur est faible et c'est plutôt une bonne chose pour que le dispositif soit efficace.